



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el  
Acceso a la Universidad (EBAU)

Curso 2022–2023

Convocatoria: Ordinaria

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El alumno contestará a **SÓLO CINCO** ejercicios de entre los planteados.

En caso contrario, el corrector corregirá los cinco que haya contestado primero.

Todas las preguntas tienen la misma puntuación. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

1.– (2 puntos) Sea

$$f(x) = \frac{x}{(x-2)(x-1)}.$$

- (i) Halla el dominio, asíntotas verticales y horizontales de la función  $f$ , en caso de que existan.
- (ii) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y máximos y mínimos relativos si los hubiera.

2.– (2 puntos) Halla el área del recinto encerrado por las gráficas de las parábolas  $y = x^2 - 2x + 1$  e  $y = -2x^2 + 2x$ .

3.– (2 puntos) Calcula los siguientes límites:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x^3)^{\frac{1}{x}}$ .

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x + 2} - \frac{x^2 + 1}{x - 2} \right)$ .

4.- (2 puntos) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  y resuélvelo en los casos en que es compatible determinado e indeterminado:

$$\begin{cases} x + (a+1)y + z = a, \\ x + y + (a+1)z = a, \\ (a+1)x + y + z = a. \end{cases}$$

5.- (2 puntos) Dada una matriz de tamaño  $4 \times 4$  cuyo determinante es igual a 2. Calcula el valor del determinante de la matriz resultante al realizar las siguientes operaciones:

- (i) se traspone la matriz,
- (ii) se cambian entre sí la primera y la cuarta columna,
- (iii) se multiplica la tercera columna por  $-4$ ,
- (iv) se multiplica toda la matriz por 4.

6.- (2 puntos) Determina para qué valores del parámetro real  $a$  la matriz  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a-1 & a^2-1 & 1 \\ a^2-1 & a-1 & a+1 \end{pmatrix}$$

tiene inversa. Calcula, si es posible, la matriz inversa de  $A$  para  $a = 2$ .

7.- (2 puntos) Determina la posición relativa de la recta

$$\frac{x-3}{0} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{1}$$

y el plano de ecuación  $3x + 2y - 11z + 3 = 0$ .

8.- (2 puntos) Halla el punto simétrico del punto  $A(0, 2, 3)$  respecto al plano  $\pi$  de ecuación  $x + y - z = 4$ .

9.- (2 puntos) En una empresa automovilística se ha recibido un lote de piezas de coches de tipos A, B y C. El 80 % corresponde al coche de tipo A, el 10 % al B y el resto al C. Se ha observado que hay piezas que están defectuosas en los siguientes porcentajes: el 10 % de A, el 20 % de B y el 5 % de C. Se elige una pieza al azar. Calcula:

- (i) la probabilidad de coger una pieza defectuosa.
- (ii) si sabemos que la pieza es defectuosa, la probabilidad de que sea del tipo A.

10.— (2 puntos) La edad media de un jugador de la NBA sigue una distribución normal de media 26 años y desviación típica 5 años. Si se elige un jugador al azar, halla

- (i) la probabilidad de que su edad sea superior o igual a 31 años;
- (ii) la probabilidad de que su edad esté entre 21 y 31 años.

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)



Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

$z$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el  
Acceso a la Universidad (EBAU)  
Curso 2022–2023  
Convocatoria: Ordinaria  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

1.

- (i) Obtención del dominio (0,1 puntos). Obtención de asíntotas verticales y horizontales de la función (0,9 puntos).
- (ii) Obtención de los intervalos de crecimiento y decrecimiento (0,75 puntos). Cálculo de los extremos (0,25 puntos).

2.

- (i) Hallar  $h(x) = -2x^2 + 2x - (x^2 - 2x + 1)$  y los puntos corte con el eje OX, (1 punto).
- (ii) Calcular el área del recinto limitado por dicha función y el eje OX (1 punto).

3.

- (i) Ver el tipo de indeterminación (0,1 punto). Resolución del límite (0,9 puntos).
- (ii) Ver el tipo de indeterminación (0,1 punto). Resolución del límite (0,9 puntos).

4. Si al resolver el sistema de ecuaciones, el alumno comete un error **numérico**, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.

- (i) Cálculo del determinante o eliminación Gaussiana de la matriz (1 punto).
- (ii) Discusión para el caso que no anula el determinante (1 punto).

5. Resolución de cada determinante aplicando, de manera adecuada, las oportunas propiedades (0,5 puntos cada apartado).

6.

- (i) Cálculo del determinante y discusión (1 punto).
- (ii) Cálculo de la matriz inversa cuando  $a = 2$ , (1 punto).

7. A partir de la recta, obtiene las ecuaciones de los 2 planos que la determinan (1 punto). Discusión del sistema y resolución (1 punto).



8. Halla la recta perpendicular al plano que pasa por el punto (1 punto). Halla el punto de corte de la recta y el plano (0,5 puntos). Halla el punto simétrico (0,5 puntos).

9. Planteamiento correcto del ejercicio (0,5 puntos).

(i) Resolución del apartado (i) (0,75 puntos).

(ii) Resolución del apartado (ii) (0,75 puntos).

10.

(i) Resolución del apartado (i) (1 punto).

(ii) Resolución del apartado (ii) (1 punto).

### CRITERIOS GENERALES DE CORRECCIÓN

(1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.

(2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b, \quad \frac{\ln x}{x} = \ln, \quad \int \frac{x}{x^2 + 3} = \int \left( \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \right),$$

se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.

(3) Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas.

(4) La puntuación máxima que se puede obtener en cada ejercicio viene señalada en la copia del examen que se entrega al alumno. Si alguno de los apartados tiene a su vez subapartados, se deberá distribuir razonablemente el número de puntos entre los mismos (no necesariamente debe darse el mismo peso a cada subapartado).

(5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 10% de la nota máxima prevista.

(6) La calificación será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio de una sola propuesta.